

# **Die Bedeutung baumspezifischer Merkmale sowie weiterer Einflußgrößen für das Biegeverhalten des Stammes - Möglichkeiten und Grenzen von Sicherheitsprognosen**

Dieter Gaffrey

Institut für Forstliche Biometrie und Informatik  
Universität Göttingen

## **1 Einleitung**

Die Aufgabe, Schäden am Baum bzw. ganzen Waldbeständen sowie eventuelle Folgeschäden an anderen Sachen oder an Personen zu vermeiden, ist ausgesprochen vielschichtig. Sie erfordert detaillierte wissenschaftliche Studien zur Analyse und Prognose von Schadereignissen, um Empfehlungen schadensverhindernder bzw. -begrenzender Maßnahmen geben zu können. Von vorrangiger Bedeutung sind hierbei die durch Sturm verursachten Schäden, die in jüngerer Vergangenheit beträchtliches Ausmaß angenommen haben. Deshalb wurde die Forschung auf dem Gebiet der Sturmschadensforschung erheblich intensiviert und internationale Arbeitsgruppen gebildet (conference on wind and wind-related damage to trees in Edinburgh, 1993: COUTTS, GRACE, 1995; conference on wind and other abiotic risks to forests in Joensuu, 1998: PELTOLA, 2000)<sup>1</sup>. Ein wichtiges Ergebnis ist in diesem Zusammenhang z. B. eine interaktive, frei über Internet zugängliche Simulationssoftware zur Prognose kritischer Windgeschwindigkeiten von Sturmwurf und -bruch in Abhängigkeit von Standort, Baumart und Eigenschaften der Bäume bzw. des Bestandes.<sup>2</sup>

Primäres Objekt der Sturmschadensforschung kann einerseits der Waldbestand in seiner Gesamtheit oder aber der individuelle, einzelne Baum sein. Während im ersten Fall die Zielgruppe Forstbetriebe und -verwaltungen sind, die in erster Linie Handlungsempfehlungen zur Vermeidung bzw. Reduzierung ökonomischer Schäden benötigen, richten sich Forschungsergebnisse zum Einzelbaum insbesondere an (kommunale) Behörden, die eine Gefährdung der öffentlichen Sicherheit durch Risikobäume vermeiden müssen. Letztlich ist aber eine Trennung zwischen Forschung am Wald und am Einzelbaum nicht möglich, da die Gesetzmäßigkeiten, unter denen es zu einem Sturmbruch bei einem Baum in einem Bestand kommt, dieselben sind wie bei einem freistehenden Allee- oder Parkbaum. In beiden Fällen gilt es, die elastomechanische Reaktion des Baumes in Abhängigkeit der wirkenden Windkräfte zu beschreiben.

Aufgabe dieses Beitrags soll es sein, zu zeigen, welche Faktoren im einzelnen Einfluß auf die Biegung des Stammes eines Baumes unter Windlast haben, sie hinsichtlich ihrer Bedeutung einerseits und ihrer praktisch und technisch möglichen Erfassbarkeit andererseits zu beurteilen, um einzuschätzen, im Rahmen welcher Genauigkeit Prognosen zur Bruchicherheit gegeben werden können.

## **2 Material und Methoden**

Zur Bewertung der Bedeutung der einzelnen baumbezogenen und von den Windverhältnissen abhängigen Kenngrößen, die Einfluß auf die Biegung des Stammes eines Baumes haben, wurden umfangreiche Simulationen an einem Modellbaum durchgeführt. Diesem Modell liegen reale Daten eines Baumes zugrunde, die in sehr großem Umfang

---

<sup>1</sup> Ankündigung zur "3rd International 'Wind and Trees' conference, International Union of Forest Research Organisations, IUFRO Unit 8.08.02 Impact of wind on forests, 17th-24th August 2003, Zurich, Switzerland  
[http://www.wsl.ch/forest/waldman/strong\\_winds/](http://www.wsl.ch/forest/waldman/strong_winds/)

<sup>2</sup> <http://www.macaulay.ac.uk/storms/demo/demoframe.html>

und in hoher Detailliertheit erfaßt wurden. Es handelt sich dabei um eine 64jährige Douglasie aus einem Reinbestand bei Esbeek in den südlichen Niederlanden mit einem BHD von 34,2 cm und einer Höhe von 29,55 m (ausführliche Informationen hierzu s. SLOBODA, GAFFREY, 1999; GAFFREY, 2000; GAFFREY, SLOBODA, 2001).

Die Geometrie des Stammes (sowohl die äußere Form als auch die inneren Jahrringmantelflächen) wurde mit Hilfe einer hochauflösenden Stammanalyse (GAFFREY, 1995) bestimmt, so daß bei der Modellierung keine Beschränkung auf kreisförmige oder elliptische Stammquerschnittsflächen bestand, sondern die realen Querschnitte berücksichtigt werden konnten.

Die Dichte des Holzes wurde als Darrtrockendichte bestimmt und anhand der für die Douglasie typischen Feuchtwerte für Kern- und Splintholz (30 bzw. 120 %) in Frischdichten umgerechnet (GAFFREY *et al.*, 1999), so daß die Massenverteilung des Stammes des lebenden Baumes geschätzt werden kann. Dies ist notwendig um die, von den Gewichtskräften erzeugten Biegemomente zu berechnen.

Hinsichtlich des E-Moduls (für Biegung, parallel zur Holzfaser) konnten keine Messungen erfolgen. Da aber eine sehr enge, statistische Beziehung zwischen der Rohdichte und dem E-Modul besteht (PANSHIN, DE ZEEUW, 1970; U.S.D.A. Forest Service, 1989), wurde aus der Funktion für die Dichteverteilung eine dreidimensionale Schätzfunktion für den E-Modul für frisches Holz abgeleitet (GAFFREY, 2000). Als Referenz wurde für die Douglasie ein durchschnittlicher E-Modul von 11,5 GPa ( $1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ N/m}^2 = 10^2 \text{ kN/cm}^2$ ) bei einer Dichte von  $0,5 \text{ g/cm}^3$  (und bei einer Feuchte von 12 %) gewählt (KOLLMANN, 1951).

Zur Bestimmung der Architektur der Krone wurde von allen 103 Hauptästen (Äste erster Ordnung) Basisdurchmesser, Länge sowie azimuthale und vertikale Orientierung erfaßt. Zu jedem Hauptast wurde über ein spezielles Stichprobenverfahren (GAFFREY, SABOROWSKI, 1999) die Ast- und Nadelmasse geschätzt, so daß die Massenverteilung der Krone bekannt ist und die hieraus resultierenden Gewichtskräfte bzw. auf den Stamm wirkenden Biegemomente berechnet werden können.

Die Segelfläche wurde für 17 Kronensektionen getrennt geschätzt. Hierzu wurde anhand eines dreidimensionalen Kronenmodells aus Richtung der angenommenen Windrichtung (NW) ein virtuelles, von perspektivischer Verzerrung freies Photo erstellt und bildanalytisch vermessen. Der für den Luftwiderstand wichtige  $c_w$ -Wert wurde aus der Literatur als Schätzwert übernommen (MAYHEAD, 1973): Es wird angenommen, daß er sich von 0,5 bei einer Windgeschwindigkeit von 0 m/s auf 0,25 bei 20 m/s reduziert und dann konstant bleibt.

Da keine realen Windprofile gemessen wurden, wird als theoretisches Freilandwindprofil der Potenzansatz

$$v(z) = v_r \cdot \left( z / z_r \right)^c \quad (1)$$

mit  $c = 0,3$  (HÄCKEL, 1993) gewählt. Es ist  $v(z)$  die Geschwindigkeit in einer Höhe  $z$  über dem Boden,  $z_r$  die Höhe  $h$  des Kronendaches (hier 30 m) und  $v_r$  die vorgegebene Geschwindigkeit in Höhe  $z_r$ . Die auf die einzelnen Kronensektionen wirkenden Windkräfte  $F$  ergeben sich aus den windexponierten, nach Sektionen differenzierten Kronensegelflächenanteile  $A$  und der in der jeweiligen Höhe herrschenden Windgeschwindigkeit  $v$  gemäß

$$F_w(z) = 0,5 \cdot \rho_a \cdot c_w \cdot A(z) \cdot v^2(z) . \quad (2)$$

Es ist  $\rho_a$  die Dichte der Luft mit  $1,2 \text{ kg/m}^3$ .

### 3 Biegung des Stammes

Die Windkräfte, die sich anhand Windgeschwindigkeit, Kronensegefläche und Widerstandsbeiwert ergeben, wirken horizontal auf den Stamm ein und erzeugen entsprechende Biegemomente (Abb. 1). Parallel hierzu gehen von der Masse der einzelnen Äste Gewichtskräfte aus, die gleichfalls auf den Stamm wirkende Biegemomente erzeugen. Sobald sich der Baum biegt, verlagern sich die Massenschwerpunkte der Äste und es ändern sich die gewichtsbedingten Biegemomente. Gleiches gilt für die Masse des Stammes, dessen Gewichtskräfte ebenfalls zu seiner Biegung beitragen.

Diesen äußeren Biegemomenten wirken innere Biegemomente entgegen (Abb. 1). Im Gleichgewichtszustand, d. h. wenn der Stamm unter Last gebogen ist und sich nicht mehr bewegt, muß in jeder Höhe des Stammes die Summe der oberhalb wirkenden äußeren Biegemomente gleich sein mit der Summe der inneren Biegemomente, die das Holz des Stammquerschnitts in dieser Höhe erzeugt. Bei welchem Grad der Auslenkung des Stammes sich das Gleichgewicht einstellt, hängt von der Biegesteifigkeit des Holzes ab. Die Biegesteifigkeit ist das Produkt aus dem E-Modul  $E$  und dem axialen Flächenträgheitsmoment  $I$ . Ersterer beschreibt die Eigenschaft der elastischen Dehnung unter Kraffteinwirkung; letzteres hängt von der absoluten Größe und der Form der Querschnittsfläche ab, wobei - sofern es sich nicht um eine Kreisform handelt - die Richtung der Biegung zu berücksichtigen ist. Für den Kreis gilt z. B.  $I = r^4 \cdot \pi / 4$ . Das Widerstandsmoment ist definiert mit  $W = I / r$ . Die Spannung  $\sigma$  in den Holzfasern in einem Abstand  $r$  von der neutralen Achse ergibt sich mit  $\sigma = M / W$ , wobei  $M$  das äußere Biegemoment ist. Die neutrale Achse ist diejenige Linie durch den Querschnitt entlang derer die Spannung in den Fasern Null ist (Abb. 2). Ihre Lage hängt von der Biegerichtung des Stammes ab. Die Dehnung  $\varepsilon$  der Holzfaser ergibt sich mit Kenntnis des E-Moduls nach dem Hookschen Gesetz:  $\varepsilon = \sigma / E$ . Sofern das Holz des Stammes im Querschnitt als nicht homogen betrachtet, sondern wie ein Verbundmaterial mit unterschiedlichen mechanischen Eigenschaften behandelt wird (z. B. SPECK *et al.*, 1990), so ist ein entsprechend gemittelter, gewichteter E-Modul für den Querschnitt zu verwenden.

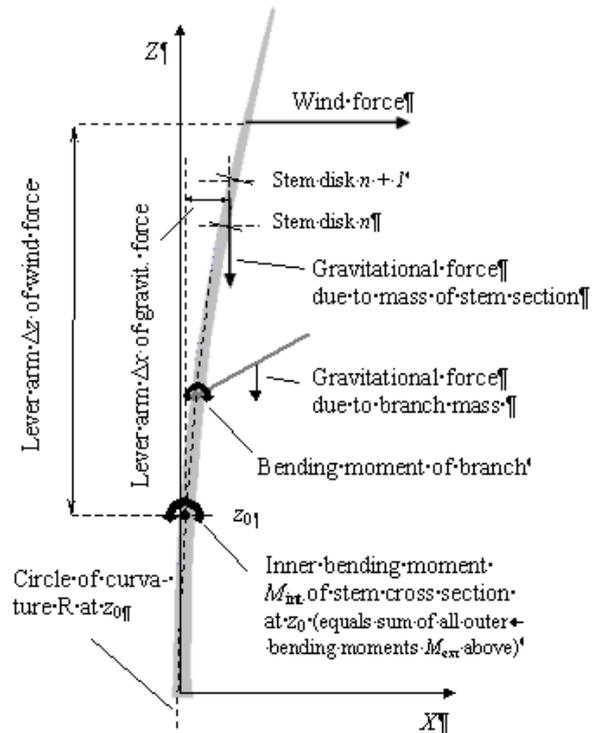


Abb. 1: Wind- und Gewichtskräfte erzeugen äußere Biegemomente, denen innere Biegemomente des Holzes entgegenwirken

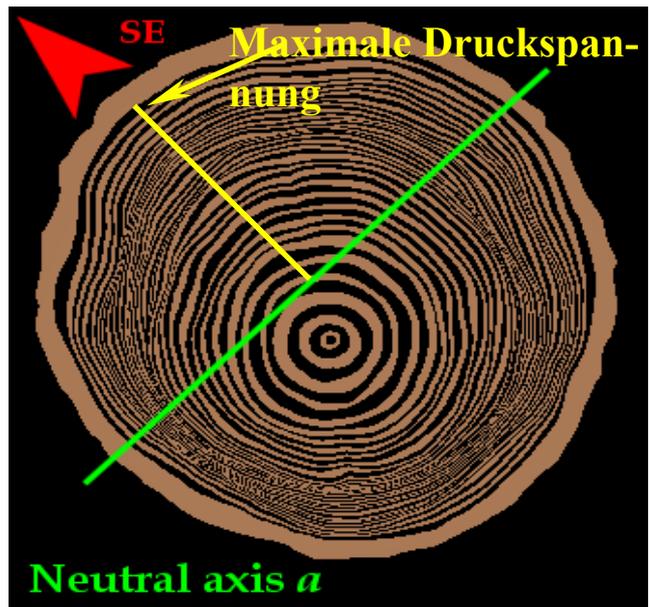


Abb. 2: Bei Biegung tritt die maximale Spannung an der Stelle des größten Abstandes zur neutralen, d. h. spannungsfreien Achse auf

### 3.1 Einflußfaktoren

Die Faktoren, die Einfluß auf die Biegung des Stamms haben, sind zu differenzieren in baumspezifische und windspezifische Kenngrößen.

#### 3.1.1 Wind

Die durch Wind verursachten, auf den Stamm wirkenden Kräfte hängen ab von der absoluten Windgeschwindigkeit in einer bestimmten Referenzhöhe über dem Boden, dem Windprofil und der Dynamik des Windes.

##### 3.1.1.1 Winddynamik

Zur vereinfachten Berechnung ist es durchaus legitim, die Dynamik des Windes dadurch zu berücksichtigen, daß diejenige Geschwindigkeit, die bei maximalen Windspitzen auftritt, für statische Windlastberechnungen verwendet wird, da die maximalen Auslenkungen eines Baumes bei Windböen in etwa den Auslenkungen bei stetigem Wind gleicher Windgeschwindigkeit entsprechen (PELTOLA *et al.*, 1993). Fälle, bei denen es zu Eigenschwingungen im Resonanzbereich kommt, können hierbei aber nicht erfaßt werden.

##### 3.1.1.2 Windgeschwindigkeit

Die absolute Windgeschwindigkeit ist, da sie zum Quadrat in die Berechnung der Windlast eingeht, von besonderer Bedeutung. Für Fragestellungen nach der Biegebelastung eines Baumes unter einer bestimmten Windsituation ist die Geschwindigkeit vorzugeben, so z. B. mit 20 m/s (Windstärke 8, Sturm) oder 35 m/s (Windstärke 12, Orkan).

Es zeigt sich, daß es für die Beurteilung der vertikalen Spannungsverteilung entlang des Stammes bei stärkeren Windlasten relativ unbedeutend ist, eine ganz bestimmte Windstärke vorzugeben, da die Form (nicht die absoluten Werte!) des Spannungsprofils wenig variabel ist (Abb. 3).

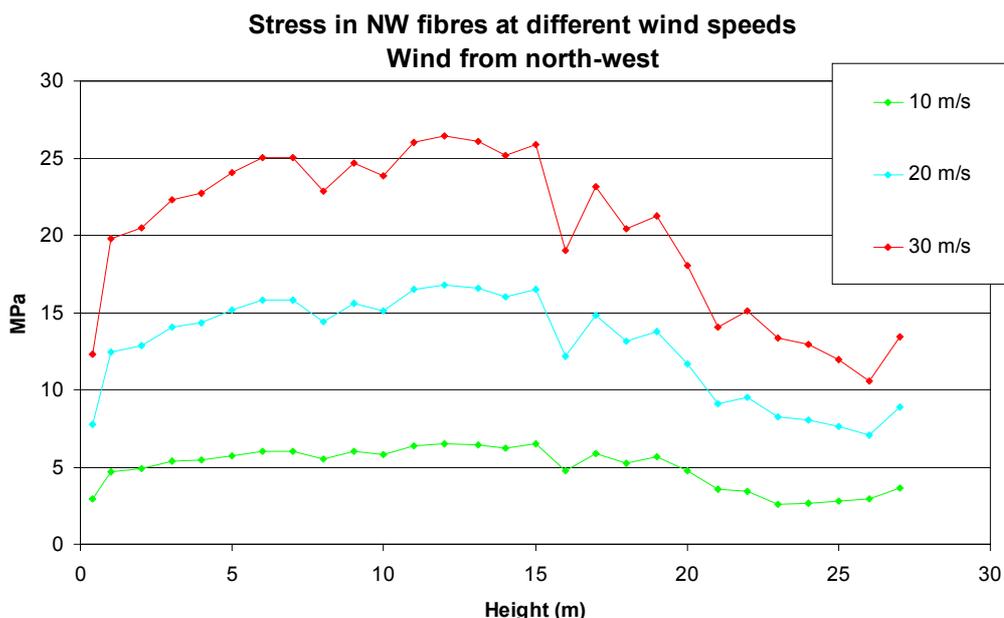


Abb. 3: Ähnliche Spannungsprofile für verschiedene Windgeschwindigkeiten

### 3.1.1.3 Windprofil

Sehr wichtig für die Form des Spannungsprofils des Stamms ist die Form des Windprofils (Abb. 4). Da dieses aber für die spezifische Umgebung eines Baumes meist nicht bekannt ist - weil Messungen sehr aufwendig wären -, behilft man sich durch die Anwendung theoretischer, i. d. R. für das Freiland gültige Windprofile. Im bebauten Bereich oder insbesondere im Bestand liegen jedoch ganz andere Windprofile vor (z. B. LANDSBERG, JAMES, 1971), was zum einen deutlich abweichende absolute Windlasten und zum anderen eine völlige andere Windlastverteilung über die Baumkrone zur Folge hat (Abb. 5):

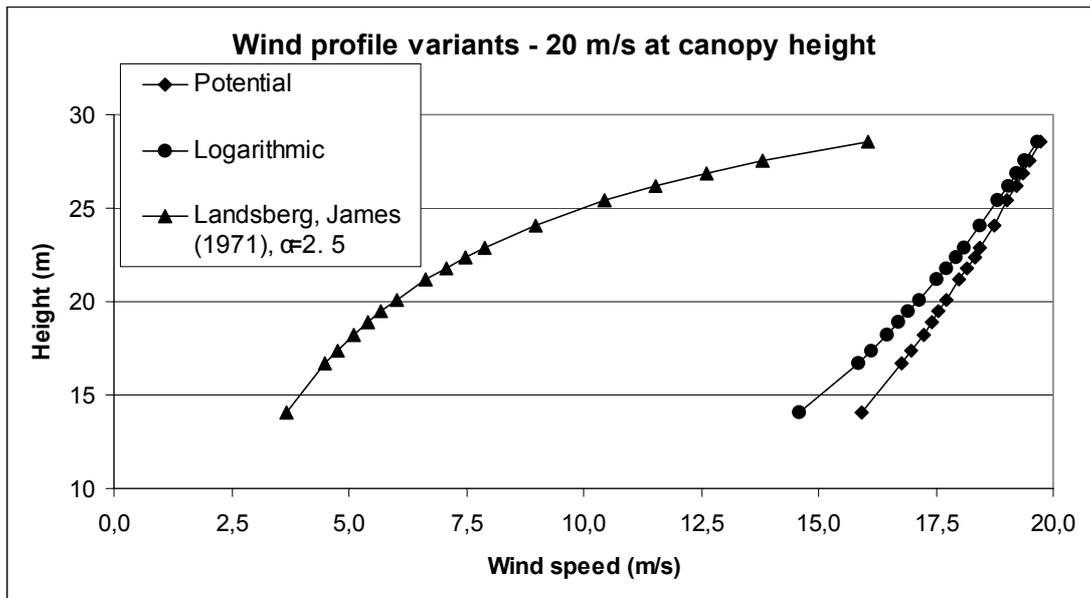
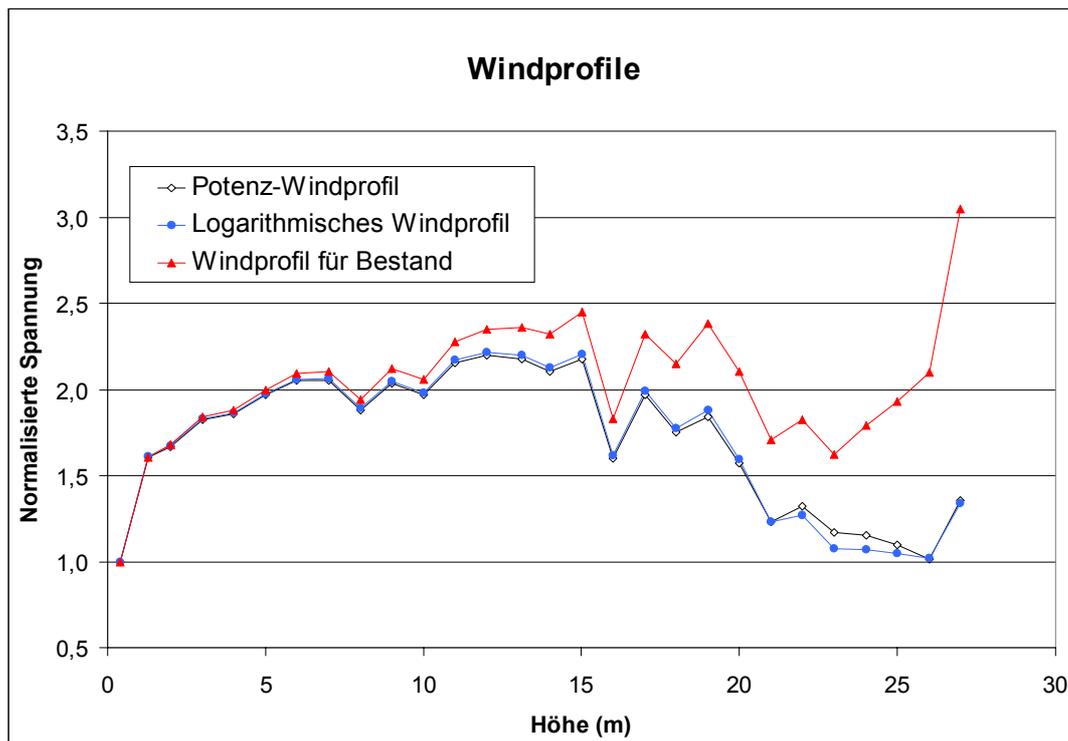


Abb. 4: 2 Freilandwindprofile (Potenz- und Log-Modell) und ein Bestandes-Windprofil

Während für ein Freilandwindprofil beim Modellbaum die höchste Belastung in einem Höhenabschnitt von 12 bis 15 m zu erwarten ist (hier ist es bei vergleichbarer Parameterwahl egal, ob man ein Potenz- oder ein logarithmisches Freilandprofil wählt), wäre dies bei der Wahl des Bestandeswindprofils an der Baumspitze der Fall. Entsprechend unterschiedlich würde die Beurteilung über die potentielle Bruchstelle ausfallen. Zudem beträgt die maximale Faserspannung im ersten Fall bei einer Windgeschwindigkeit von 20 m/s in einer Höhe von 30 m ca. 25 MPa (in der Abbildung nicht wiedergegeben), im Bestand hingegen aufgrund der erheblich reduzierten Windgeschwindigkeit nur ca. 8 MPa. Folglich ergäben sich sehr unterschiedliche Bewertungen zur Bruchsicherheit.



**Abb. 5:** Normierte, vertikale Spannungsprofile für unterschiedliche Windprofile

### 3.1.2 Baumkrone

Die Baumkrone hat in mehrfacher Hinsicht Einfluß auf die Biegung des Stammes. Zum einen ist es die effektive, dem Wind exponierte Kronensegelfläche, sowie der Widerstandsbeiwert der Krone, welche die Windlastverteilung über die Krone bestimmen. Zum anderen übt die Masse der Krone infolge seiner Gewichtskraft ein Biegemoment auf den Stamm aus. Hierbei ist die Verteilung der Masse und somit die Architektur der Krone zu berücksichtigen.

#### 3.1.2.1 Kronensegelfläche

Die Kronensegelfläche ist die dem Wind exponierte Querschnittsfläche. Damit ist sie abhängig von der Windrichtung und kann bei asymmetrischen Kronen in der Größe sehr unterschiedlich ausfallen. Bei der Berechnung der Windlast geht sie als Faktor einfach ein. Eine exakte Erfassung ist sehr schwierig, da zudem die Kronensegelfläche mit zunehmender Windgeschwindigkeit asymptotisch abnimmt. Eine vertikale Differenzierung, z. B. nach einzelnen Quirlen oder Kronenabschnitten, ist aber sehr wünschenswert, um in Abhängigkeit des gewählten Windprofils die Unterschiede in den Windgeschwindigkeiten berücksichtigen zu können.

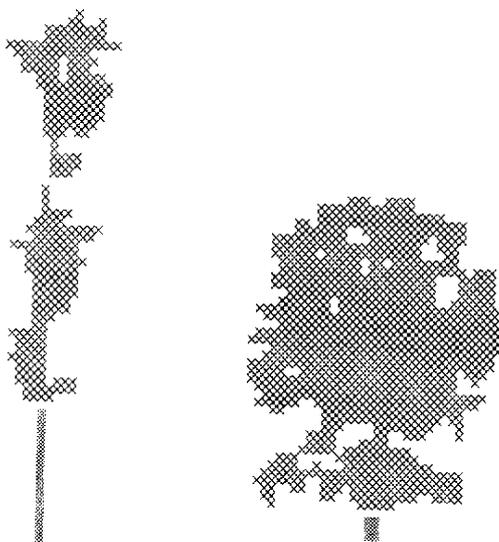
Die Erstellung genauer Kronenmodelle, bei denen man aus beliebiger Richtung vertikal differenzierte Segelflächen berechnen kann (Abb. 6), ist sehr aufwendig und normalerweise nicht ohne Baumfällung und Vermessung der Krone möglich. Eine Alternative hierzu ist die fotografische Aufnahme des Baumes und die Vermessung der projizierten Kronenfläche im Bild. Zur Korrektur der perspektivischen Verzerrung und der Verzeichnung von Kamera und Objektiv ist der Einsatz einer geeichten Kamera und die Verwendung eines Maßstabes bei der Aufnahme erforderlich. Die Auswertung erfolgt in einem Meßlabor mit entsprechenden Geräten und Software (GAFFREY *et al.*, 2001). Zur Zeit wird

in verschiedenen Arbeitsgruppen daran gearbeitet, durch Einsatz digitaler Fototechniken einfacher und schneller zu entsprechenden Meßergebnissen zu gelangen (z. B. Clark, U.S.D.A. Forest Service<sup>3</sup>).



**Abb. 6:** Erstellung eines 3D-Baum- bzw. Kronenmodells durch Kronenvermessung und Anwendung einer Raytracing-Software. Falschfarbenbild mit farblicher Differenzierung einzelner Kronenabschnitte für die bildanalytische Vermessung der Kronensegelflächen

Im Vergleich zu einer rein visuellen Schätzung der Kronenform, wie es in der Praxis zur Abschätzung der Stand- und Bruchsicherheit von Bäumen z. T. erfolgt, ist ein Kompromiß eine einfache, wenn auch i. d. R. die perspektivische Verzerrung nicht berücksichtigende fotografische Aufnahme der Krone und direkte Ausmessung der Kronenfläche (Abb. 7).



**Abb. 7:** Einfache Fotografische Erfassung und Auswertung von Kronenflächen für die Ermittlung von Kronenflächen (Abb. aus SINN (2001); m. frdl. Genehm.)

<sup>3</sup> <http://www.srs4702.forprod.vt.edu/TMS/>

Ein Beispiel bei dem das Kronenvolumen gegenüber dem Originalbaum um 50 % und damit die Segelfläche (nach bildanalytischer Auswertung) um 18 % verringert ist, ist in Abb. 10 zu sehen. Entsprechend ergibt sich eine Spannungsreduktion in ähnlicher Größenordnung (Abb. 11).

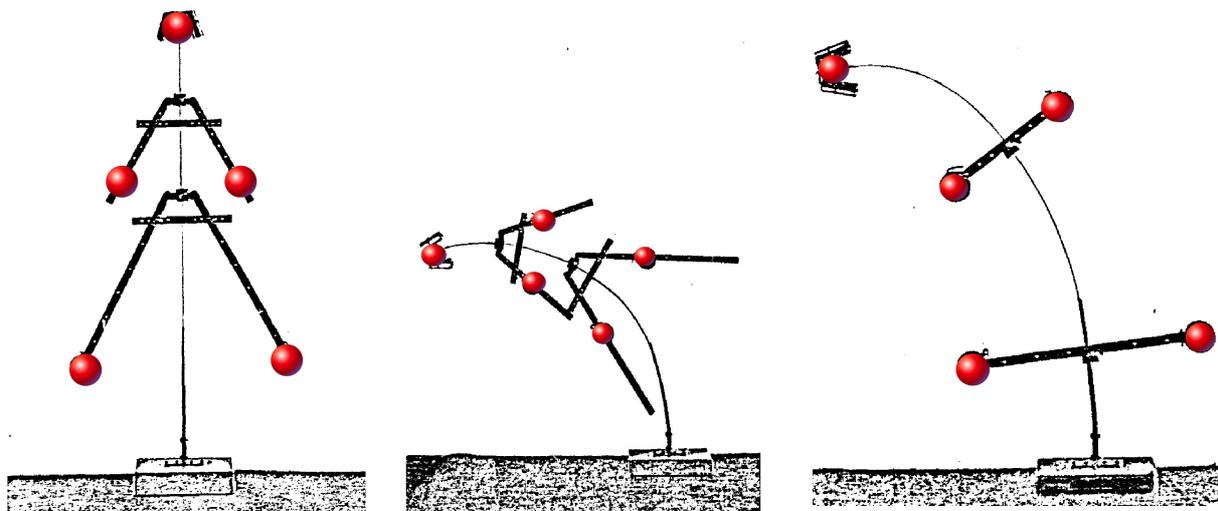
### 3.1.2.2 Widerstandsbeiwert

Der Luftwiderstandsbeiwert ( $c_w$ -Wert) geht ebenfalls als einfacher Faktor bei der Berechnung der Windlast ein. Seine Erfassung individuell für einen Baum ist unmöglich, außer man würde ihn fällen und aufwendige Windkanalmessungen durchführen. Ein Problem stellt auch hier seine Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit dar. Aus diesen Gründen wird i. d. R. immer mit Literaturwerten gearbeitet. Entsprechend groß können deshalb die hieraus resultierenden Fehler sein (GAFFREY, KNIEMEYER, 2002).

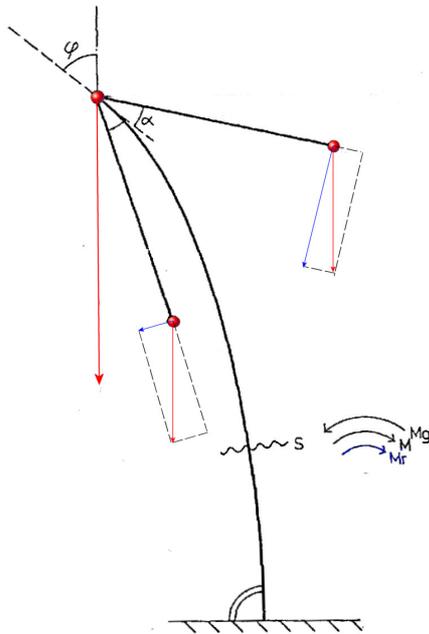
### 3.1.2.3 Kronengeometrie und Massenverteilung

Nicht nur die Form der Krone sondern auch ihre Architektur kann bedeutenden Einfluß auf die Biegung des Stammes haben. Dies liegt daran, daß die von den einzelnen Kronenteile ausgehenden Gewichtskräfte und somit die von Ihnen erzeugten und auf den Stamm wirkenden Biegemomente von der Länge der Äste, ihrer Massen und ihrer Verteilung, sowie ihrer horizontalen und vertikalen Winkel (räumliche Orientierung) abhängen.

Dies hat insbesondere MÖHRING (1980, 1981) sehr anschaulich an einem einfachen, zweidimensionalen Baummodell zeigen können (Abb. 8). Verwendet wurde als Stammachse ein konisch zugeschliffener Federstahl, mit jeweils zwei "Ästen" aus Aluminium mit variierbaren Astansatzwinkeln und Positionen für die Massenschwerpunkte. Durch Veränderung der Geometrie dieses "Baumes" konnte gezeigt werden, daß die Biegemomente besonders gering bei herabhängenden Ästen mit tief liegenden Massenschwerpunkten sind. Der Grund ist darin zu suchen, daß bei einem gebogenen Baum die Massen solcher Äste ein der Biegung entgegenwirkendes Rückstellmoment erzeugen können (Abb. 9).

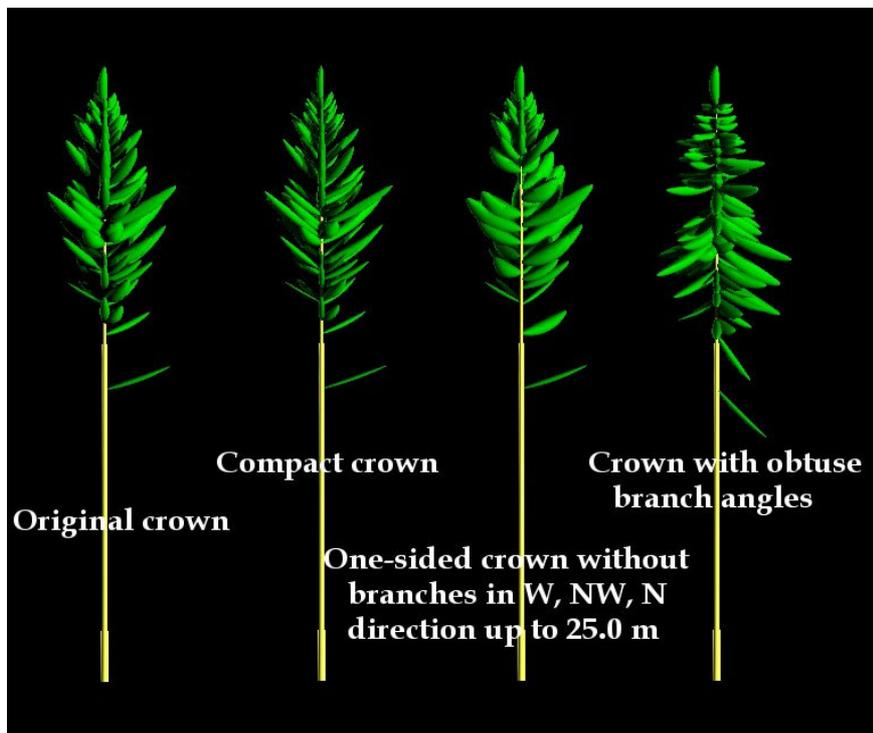


**Abb. 8:** Simulation der Auswirkung der Variierung der Massenverteilung und der Astwinkel an einem 2D-Baummodell (Abb. mod. nach MÖHRING (1980); m. frdl. Genehm.)

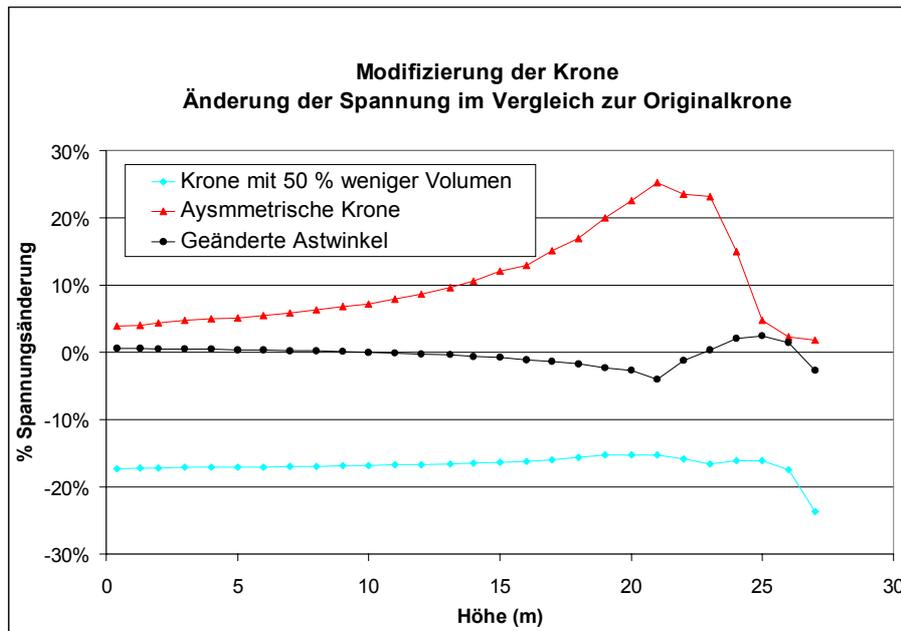


**Abb. 9:** Durch tiefliegende Astmassen erzeugtes Rückstellmoment  $M_r$ , das der Biegung des Stammes entgegenwirkt. (Abb. mod. nach MÖHRING (1980); m. frdl. Genehm.)

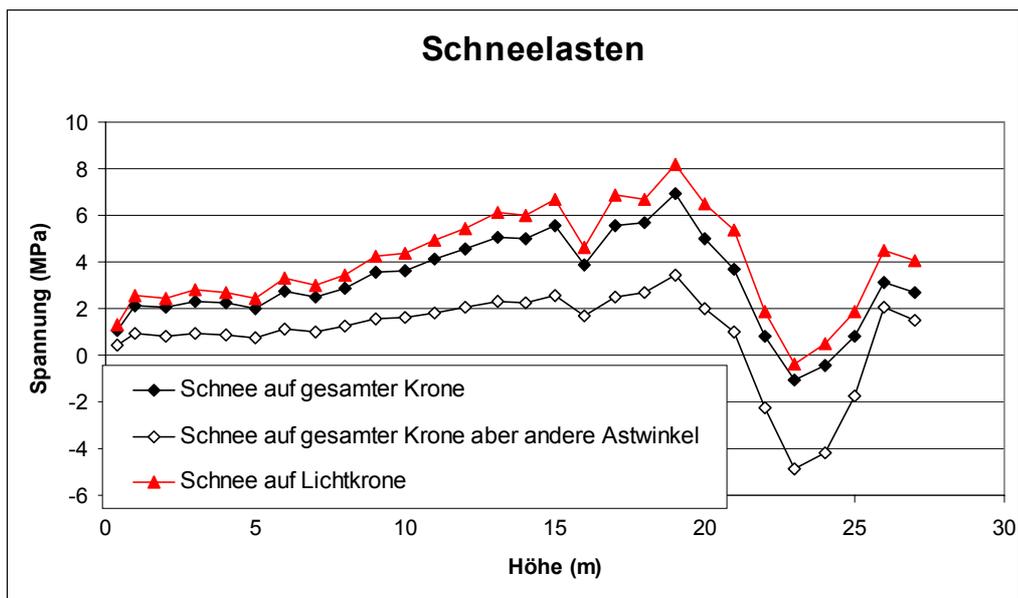
Die Bedeutung solcher Rückstellmomente ist aber zu relativieren, denn insbesondere bei hohen Windgeschwindigkeiten ist ihr Anteil gegenüber dem durch die Windkräfte erzeugten Biegemoment sehr gering. So ergibt sich für den hier untersuchten Baum bei Änderung der Astwinkel (nach unten gerichtete, hängende Äste anstelle nach oben weisender, Abb. 10) bei Windstärke 8 nur eine sehr geringe Auswirkung im Spannungsprofil (Abb. 11). Anders sieht es aus, wenn eine asymmetrische Krone angenommen wird (einseitige Entfernung der Äste bis in 25 m Höhe). Durch die ungleiche Massenverteilung sind die Spannungen bis zu 25 % erhöht. In Verbindung mit zusätzlichen Auflasten wie Schnee können die je nach Kronenarchitektur entstehenden Rückstellmomente äußerst wichtig sein (Abb. 12).



**Abb. 10:** Im Vergleich zur Originalkrone - Krone mit 50 % weniger Volumen und 18 % kleinerer Fläche, Krone mit einseitig entfernten Ästen und Krone mit geänderten Astwinkeln



**Abb. 11:** Vertikale Spannungsprofile für verschiedene Kronenvarianten, berechnet bei einer Windgeschwindigkeit von 20 m/s



**Abb. 12:** Bedeutung der Schneelast bei unterschiedlicher Verteilung der Schneemasse sowie Kronenarchitektur. (Berechnungen bei Windstille)

### 3.1.3 Stamm

Bei einer gegebenen Windlast hängt der Grad der Biegung des Stammes und damit die Dehnung und Spannung der Holzfasern von seiner Geometrie, d. h. seiner absoluten Dimension und seiner Querschnittsform, sowie von den elastomechanischen Materialeigenschaften des Holzes ab. Hinsichtlich der Querschnittsform ist zu differenzieren zwischen der äußeren und der inneren. Bei letzterer sind Faulstellen und hohle Bereiche, die keinen Beitrag mehr zur Biegesteifigkeit des Stammes leisten, zu erfassen.

### 3.1.3.1 Geometrie

#### 3.1.3.1.1 Absolute Dimension

Von besonderer Bedeutung ist die exakte Messung der Durchmesser des Stammes, da diese bei der Berechnung des Widerstandsmomentes zur dritten Potenz eingehen (s. Kap. 3). Sobald es sich allerdings nicht mehr um einen kreisförmigen Stamm handelt, ergibt sich das Problem, daß das Widerstandsmoment von der Biegerichtung und der Distanz zur neutralen Achse, deren Lage man nun à priori nicht kennt, abhängt.

#### 3.1.3.1.2 Äußere Form

Nur die wenigsten Bäumen haben einen Stamm, der im Querschnitt, zumindest in Näherung, kreisförmig ist. Dies liegt daran, daß der Baum in der Lage ist, ein gerichtetes Durchmesserwachstum zu erzeugen, so z. B. beim Wachstum an Hängen oder bei regelmäßiger Windbeeinflussung aus einer bevorzugten Richtung. Dennoch wird in Modellen aus Gründen der Vereinfachung fast immer die Kreisform zur Wiedergabe des Stammquerschnitts gewählt.

Für die untersuchte Douglasie, die im unteren Stammbereich eine (leicht) ovale und im oberen eine fast kreisförmige Form hatte, ersieht man in Abb. 13 und Abb. 14 die Auswirkung, wenn man anstatt der wahren Querschnittsform die Modelle für Kreis und Oval verwendet. Wie zu erwarten, ergeben sich beim Kreismodell im unteren, eher ovalen Stammbereich höhere Spannungen und mit dem Ovalmodell im oberen, eher kreisförmigen Abschnitt geringere Spannungen.

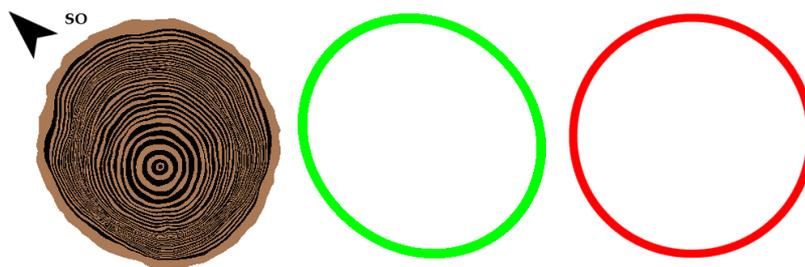


Abb. 13: Wahre Querschnittsform und jeweils mit gleichem Flächeninhalt Oval und Kreis

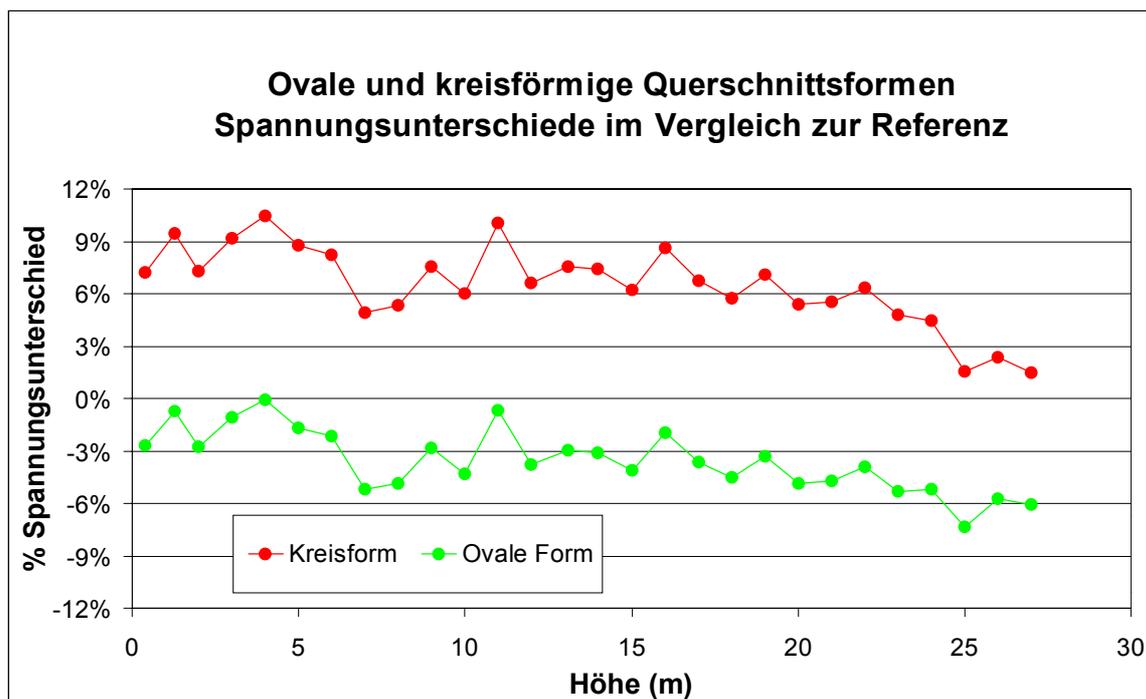


Abb. 14: Spannungsunterschied bei Kreis- und Ovalform anstelle wahrer Querschnitte

### 3.1.3.1.2 Innere Form

Faules Holz oder gänzlich ausgefaulte, hohle Stellen können sehr große Auswirkungen auf das Widerstandsmoment des Stammes haben. Ohne zerstörende Analyse ist es jedoch nahezu unmöglich bzw. äußerst aufwendig, Größe und Lage solcher Bereiche festzustellen (s. z. B. SINN, Arbeitsstelle für Baumstatik<sup>4</sup>).

Hier wird ein unterschiedlicher Grad der Ausfaltung simuliert. Bezogen auf den Durchmesser in 1,3 m Höhe wird eine Ausfaltung von 60, 70, 80 und 90 % bzw. eine verbleibende Restwandstärke von 40, 30, 20 und 10 % gewählt (Abb. 15). Dabei wird angenommen, daß die Ausfaltung von unten nach oben abnimmt (Abb. 16).

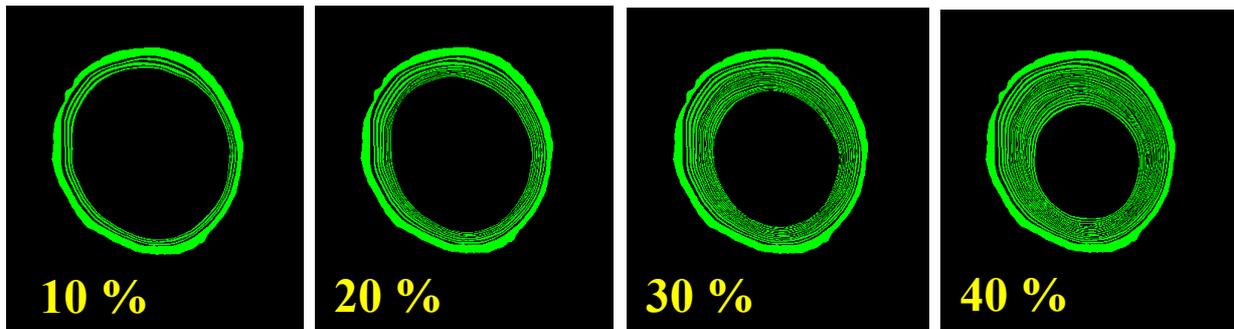


Abb. 15: Ausgefaltete Stammquerschnitte mit Restwandstärken von 10, 20, 30 und 40 %

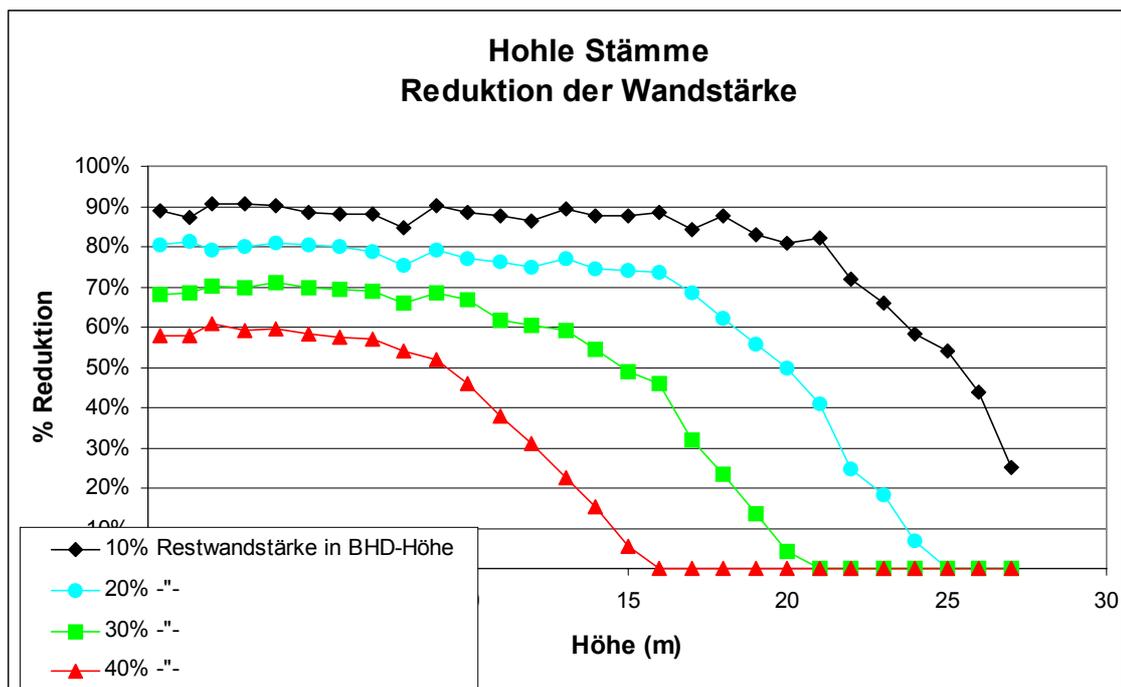


Abb. 16: Abnehmender Grad der Ausfaltung von unten nach oben innerhalb des Stammes

Interessant ist, daß trotz einer geringen Restwandstärke und somit einem kleinen verbleibenden Querschnitt, die Biegesteifigkeit um nur einen deutlich geringeren Anteil reduziert ist (z. B. bei einer Restwandstärke von 0,3 und einem Flächenverlust von 49 % nur um ca. 24 %). Dies liegt daran, daß die verbleibenden Jahrringe peripher liegen und somit einen sehr hohen Beitrag zum Flächenträgheitsmoment leisten, und dieses mit Reduktion der Restwandstärke wesentlich langsamer abnimmt (Abb. 17). Andererseits wird beobachtet, daß bei weiterer Reduktion der Restwandstärke die Spannungen

<sup>4</sup> [http://www.baumstatik.de/pages/sub\\_pages/baumstatik\\_sub/zum\\_widerstandsm.html](http://www.baumstatik.de/pages/sub_pages/baumstatik_sub/zum_widerstandsm.html)

überproportional ansteigen (Abb. 18) (so auch MATTHECK, BRELOER, 1994; SPATZ 1994). Bei einer Restwandstärke von 10 % ergibt sich im Vergleich zum Vollstamm eine um maximal 270 % erhöhte Spannung; aufgrund des reduzierten Flächenträgheitsmomentes wäre jedoch nur ein Anstieg um ca. 160 % zu erwarten gewesen. Die Erklärung ergibt sich daraus, daß die am Baum wirkenden äußeren Biegemomente nicht gleich bleiben. Der hohle Stamm biegt sich bei derselben Windlast mehr als der volle; die Folge ist somit eine stärkere Verschiebung von Stamm- und Kronenmassen nach außen, was wiederum zu größeren Biegemomenten führt. Eine alleinige Herleitung einer möglichen Spannungserhöhung aufgrund des in einem bestimmten Stammquerschnitt reduzierten Flächenträgheitsmomentes reicht also nicht aus.

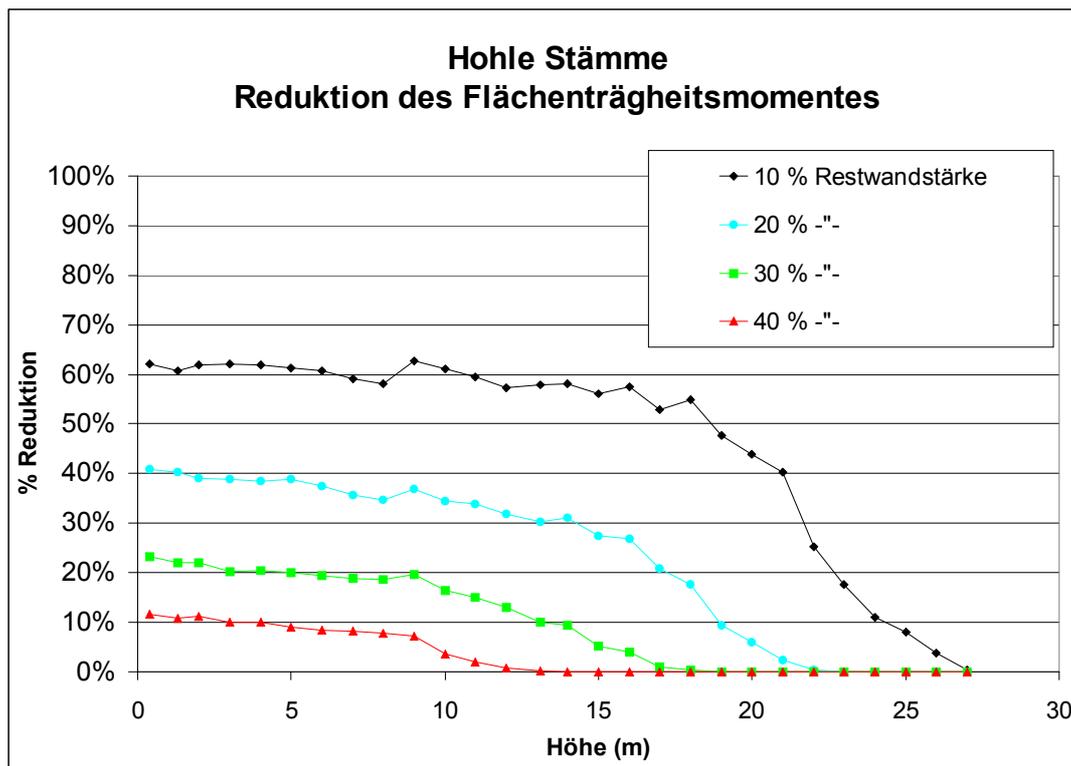
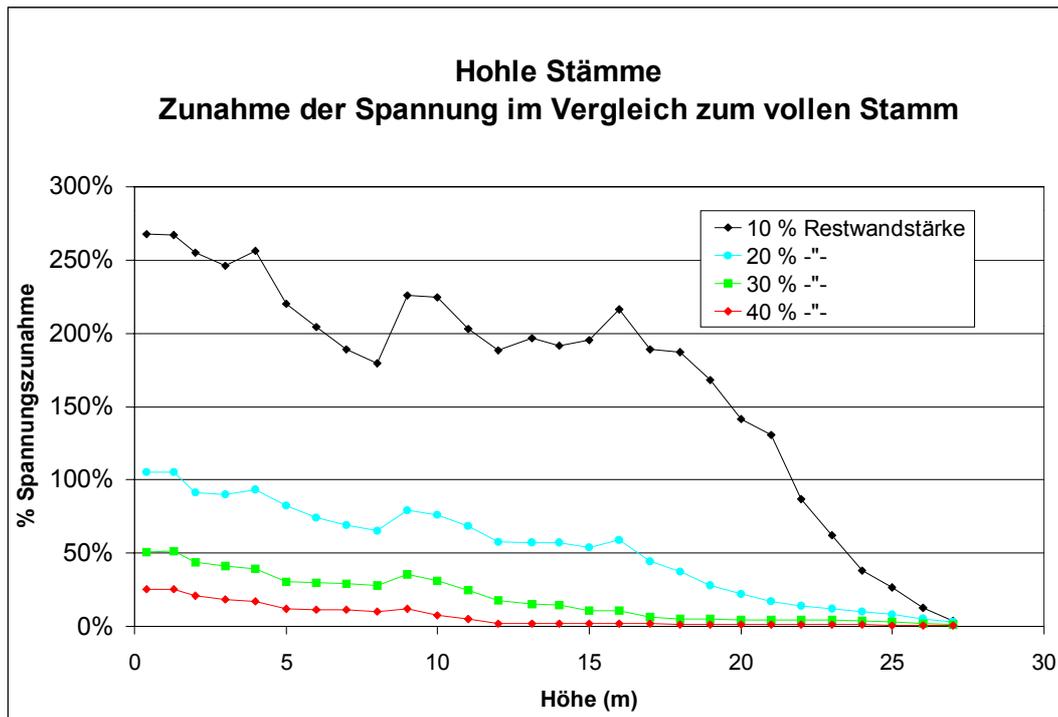


Abb. 17: Reduktion des Flächenträgheitsmomentes in Abhängigkeit der Ausfaltung



**Abb. 18:** Zunahme der Spannung in Abhängigkeit von der Ausfaltung

### 3.1.3.2 Materialeigenschaften

Unter den Materialeigenschaften, die Einfluß auf die Biegung des Stammes haben, ist der Elastizitätsmodul (E-Modul) am wichtigsten. Eng korreliert mit dem E-Modul ist die Darrdichte des Holzes. In Verbindung mit dem Wassergehalt ergibt sich die Frischdichte (Dichte des grünen Holzes).

#### 3.1.3.2.1 E-Modul

Hinsichtlich des E-Moduls kann das Holz des Stammes sowohl im horizontalen Querschnitt wie auch vertikal, vom Stammfuß bis zur Spitze, eine große Variation aufweisen, wobei manche Baumarten spezifische Verteilungsmuster zeigen. Zudem können bei ein und derselben Baumart, selbst bei benachbarten Bäumen, große Differenzen auftreten.

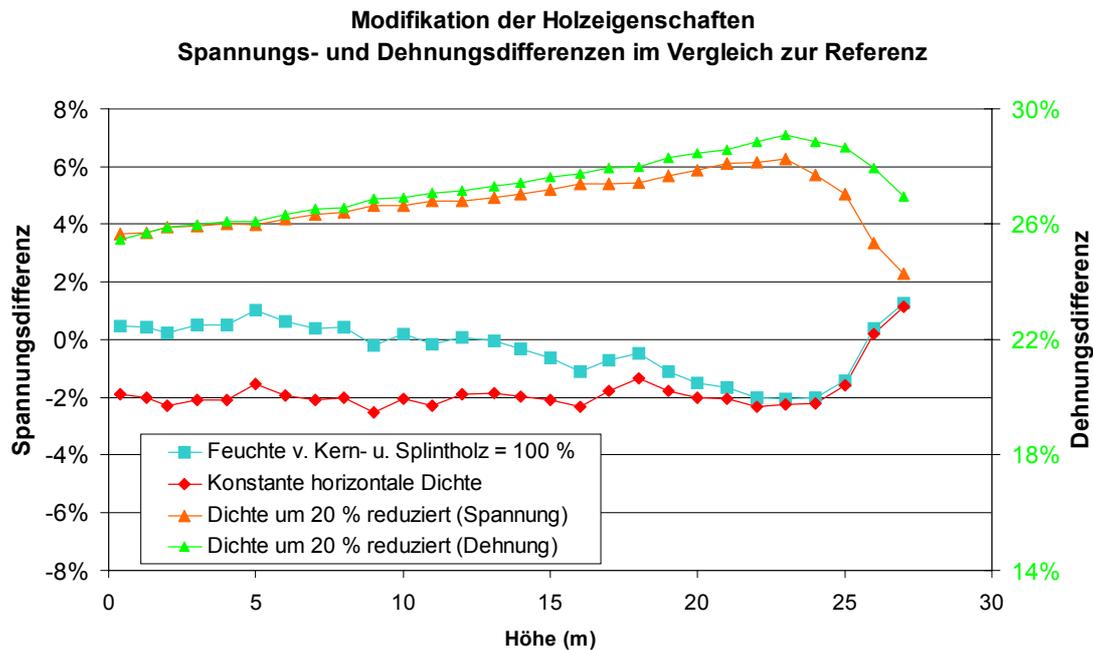
In der Praxis ist eine Messung des E-Moduls normalerweise nicht möglich, da dies die Entnahme von Holzproben und relativ aufwendige Messungen voraussetzt. Deshalb muß i. d. R. auf Literaturwerte zurückgegriffen werden.

#### 3.1.3.2.2 Dichte

Eine andere Möglichkeit, die dreidimensionale Verteilung des E-Moduls im Stamm zu schätzen besteht darin, seine enge Korrelation mit der Darrdichte zu nutzen. Allerdings erfordert auch dies die Entnahme von Holzproben; lediglich die Messung ist einfacher. Deshalb muß auch hier üblicherweise mit Schätzwerten gearbeitet werden.

Aus der Frischdichte (bzw. aus der Darrdichte in Verbindung mit dem Wassergehalt des frischen Holzes) ergibt sich die Verteilung der Masse des Stammholzes, welche für die Berechnung der Gewichtskräfte benötigt wird. Allerdings sind diese im Vergleich zu den Windkräften relativ gering und spielen bei höheren Windgeschwindigkeiten eine untergeordnete Rolle. Deshalb sind vereinfachte Modelle zur Beschreibung der Verteilung der Darrdichte (z. B. im Querschnitt konstante Dichte, anstelle einer wie z. B. für die Douglasie typischen, variablen Dichteverteilung) oder des Wassergehaltes (z. B. einheit

lich 100 % für Kern- und Splintholz statt differenziert 30 % für Kernholz und 120 % für Splintholz) erlaubt, da der sich hieraus ergebende Fehler vernachlässigbar ist (Abb. 19).



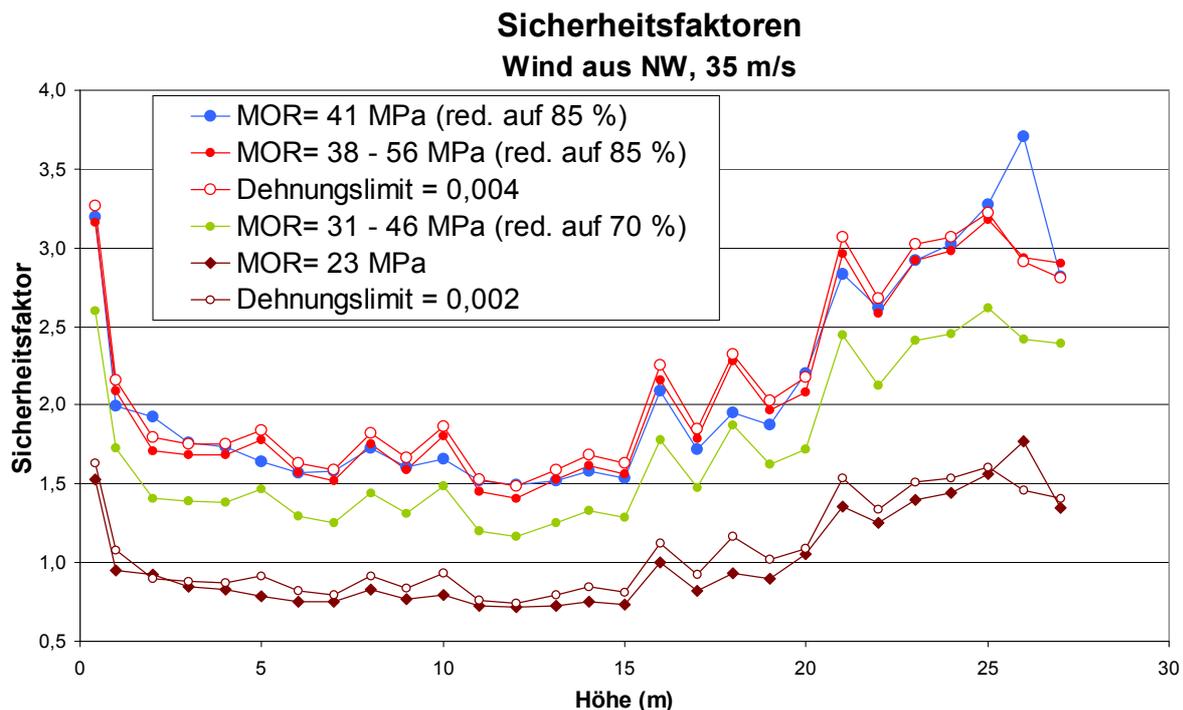
**Abb. 19:** Abhängigkeit der Spannung von der Holzdicke und -feuchte

Die Ergebnisse fallen anders aus, wenn die Dichte generell z. B. um 20 % reduziert wird. Unter der Annahme, daß sich in gleichem Maße der E-Modul reduziere, ergeben sich zwar nur leicht erhöhte Spannungen (max. 6 %); die Dehnung fällt aber wesentlich größer aus (max. 29 %) (Abb. 19). Dies liegt daran, daß die Biegung des "weicheren" Holzes viel größer ist.

### 3.2 Bruchsicherheit

Die Bewertung, ob ein Baum unter Last kritische Spannungen oder Dehnungen erreicht, kann unter zwei Gesichtspunkten erfolgen: einem streng akademisch-wissenschaftlichen und einem gutachterlichen. Während bei ersterem als Vergleichsmaßstab tatsächliche, bzw. geschätzte, den realen Verhältnissen entsprechende Bruchspannungswerte dienen, werden im zweiten Fall geringere Vergleichswerte gewählt, die eine Sicherheitsreserve beinhalten. Dies ist beabsichtigt, um das Risiko einer Fehlentscheidung mit möglichen schweren Folgen zu minimieren.

Für die untersuchte Douglasie erfolgte eine Bewertung der Bruchsicherheit unter beiden Gesichtspunkten (Abb. 20).



**Abb. 20:** Berechnung von Sicherheitsfaktoren auf der Basis tatsächlicher sowie gutachterlich gewählter Bruch- bzw. Dehnungslimite (MOR = Bruchspannung)

In Anlehnung an Literaturwerte (KOLLMANN 1951) wird zunächst eine Biegebruchfestigkeit von 48 MPa für grünes Douglasienholz (bei einer Darrdichte von  $0,47 \text{ g/cm}^3$ ) angenommen. Da diese Werte an kleinen, relativ homogenen Holzproben gewonnen wurden, ist für den Stamm in seiner Gesamtheit aufgrund vorhandener Holzfehler, Inhomogenitäten etc., ein Abschlag zu geben. Dieser wird auf 30 % (FONS, PONG, 1957; PETTY, WORRELL, 1981) bzw. 15 % (PELTOLA *et al.*, 1999) geschätzt, so daß sich – korrigiert für die tatsächliche durchschnittliche Dichte des Holzes der untersuchten Douglasie – eine Bruchfestigkeit von 39,6 bzw. 48,1 MPa ergibt. Wird anstelle der mittleren Dichte die lokale Variation der Dichte entlang des Stammes berücksichtigt, so liegen die Bruchfestigkeiten in einem Bereich von 31 bis 46 MPa bzw. von 38 bis 56 MPa.

Wird die relative Sicherheit gegenüber Bruch als Quotient von Bruchspannung und berechneter Spannung definiert, so ergeben sich die minimalen Sicherheitsfaktoren, die im mittleren Stammabschnitt liegen, zwischen 1,3 und 1,5.

Aufgrund der großen Variabilität der Dichte wird die Dehnung an der Proportionalitätsgrenze als Vergleichsmaß oft bevorzugt (YLINEN, 1952; WESSOLLY, 1995). Festgestellt werden kann jedoch, daß sich kaum Unterschiede ergeben, wenn die mittlere Dichte oder die jeweils lokal vorliegende betrachtet wird (s. Abb. 20), so daß nicht zwingend das Dehnungslimit zu bevorzugen ist. Wird gemäß YLINEN (1952) ein Wert von 0,004 für die Grenzdehnung gewählt, so stimmen die Werte gut überein mit denen, die auf die Bruchspannung bei einem Reduktionfaktor von 0,85 bezogen sind.

WESSOLLY und ERB (1998) schlagen als Grenzwerte eine maximale Druck-Bruchspannung von 20 MPa und für die Dehnung 0,002 vor. (In der Berechnung wurde zur Vergleichbarkeit der Spannungswert auf 23 MPa korrigiert, da für die untersuchte Douglasie ein höherer E-Modul als der bei den Autoren publizierte angenommen wurde.) Daß anstelle von Biegespannungswerten Druckspannungswerte verwendet werden, die i. d. R. nur halb so groß sind, hat seine Begründung in der bewußten Einplanung einer Sicherheitsreserve, da diese Werte für die Anwendung durch den Gutachter bestimmt

sind. Für die Douglasie würden dann die kleinsten Sicherheitsfaktoren zwischen 0,7 und 0,8 liegen. Damit würde dieser Baum als instabil gelten. Unter Annahme seiner tatsächlichen, höheren Biegebruchfestigkeit käme man jedoch zu dem Ergebnis, daß der Baum – wenn auch extrem belastet – nicht brechen würde.

#### 4 Folgerungen

Zur Beurteilung der Bedeutung der einzelnen Faktoren, die Einfluß auf die Biegung des Stammes haben, sind die Ergebnisse der vorstehenden Kapitel in Tabelle 1 zusammengetragen. In Hinblick auf die Genauigkeit einer Prognose zur Biegebelastung des Stammes bei einer gegebenen Windgeschwindigkeit ist zudem zu fragen, ob, und falls ja, wie exakt diese Faktoren am individuellen Baum meßbar sind.

Es zeigt sich, daß gerade in der Praxis, wo man auf kostengünstige und effektive Arbeitsmethoden angewiesen ist, viele Parameter nicht gemessen und z. T. nur grob geschätzt werden können. Selbst unter wissenschaftlichen Arbeitsbedingungen ist es vielfach nicht möglich, aufwendige Untersuchungen z. B. zur Messung von Windprofilen oder zur Erfassung der Verteilung der elastomechanischen Parameter im Stamm zu durchzuführen, - erst recht nicht, wenn eine zerstörende Analyse ausgeschlossen ist.

Aus diesen Gründen sind bereits viele der für die Berechnung der Biegung des Stammes benötigten Eingangsgrößen mit erheblichen Fehlern belastet. Eine sinnvolle Alternative zur Schätzung der den Stamm betreffenden Geometrie- und Materialeigenschaften kann deshalb die Anwendung von kombinierten Zug-/Dehnungsmessungsversuchen sein. Bei diesem Verfahren (GENENZ *et al.*, 1998; BRÜCHERT *et al.*, 2000; SINN<sup>5</sup>) wird mittels Seil und Greifzug eine Kraft auf den Stamm ausgeübt und direkt die Dehnung der Holzfasern



**Abb. 21:** Kombinierte Zug-/Dehnungsmessungen (Fotos v. T. SINN; m. frdl. Genehm.)

in der Stammpерipherie gemessen (Abb. 21). Probleme ergeben sich jedoch auch hier, diejenigen Dehnungen zu schätzen, die sich z. B. bei Orkan (Windstärke 12) ergeben. Denn es dürften im Experiment keine so hohen Kräfte, wie sie bei dieser Windstärke entstehen, auf den Baum angewandt werden, weil dies ja bereits Schäden zur Folge haben kann. Es sind also nur solche Kräfte auf den Stamm zu übertragen, wie sie sich bei geringeren Windgeschwindigkeiten ergeben. Diese befriedigend genau zu schätzen, ist aber, wie oben beschrieben (s. Kap. 3.1.1), sehr schwierig. Zudem wird die Kraft i.d.R. nur in einem Punkt auf dem Stamm übertragen; eine realistische Verteilung über die gesamte Krone ist unmöglich. Aussagen über das elastische Verhalten des Stammes können deshalb auch nur für den Abschnitt bis zur Krafteinleitung getroffen werden.

<sup>5</sup> [http://www.baumstatik.de/pages/main\\_pages/afb\\_methode.html](http://www.baumstatik.de/pages/main_pages/afb_methode.html)

## Prognose der Faserbelastung durch Biegung des Stammes bei bestimmter Windgeschwindigkeit

Einflussfaktor		Wichtigkeit		Erfassbarkeit bzw. Erfassung individueller Werte	
		<i>bedeutend für</i>	<i>In der Wissenschaft</i>	<i>In der Praxis</i>	<i>Möglicher Fehler</i>
<b>Wind</b>					
Profil	+++	vertikale Verteilung der absoluten Windlasten	ja, aber sehr hoher Aufwand; deshalb i. d. R. Anwendung theoretischer Profile	nein, Anwendung theoretischer Windprofile	++
Geschwindigkeit	+++	absolute Windlasten	ja, oder Vorgabe von Werten	nein, Vorgabe von Werten	
Dynamik	(+++), 0	(Resonanzschwingungen), sonstige Dynamik auch erfassbar mittels Korrekturfaktoren	ja, aber sehr hoher Aufwand; deshalb auch indirekte Berücksichtigung	nein, ggf. indirekte Berücksichtigung	0,(+++)
<b>Baumkrone</b>					
Segelfläche	++	vertikale Verteilung der absoluten Windlasten	ja für statischen Zustand, aber hoher Aufwand (terrestrische Photogrammetrie); nein für dynamischen Zustand, Literaturwerte	nein, pauschale Schätzung von Kronenform u. Fläche; ja, vereinfachte optische Verfahren zur Schätzung der Fläche	++,+
cw-Wert	++	absolute Windlast	nein, Literaturwerte	nein, Literaturwerte	+
Architektur	+, 0	Verteilung der Schwerkräfte (insbes. bei Auflasten), verliert mit zunehmender Windgeschwindigkeit an Bedeutung	ja, aber hoher Aufwand und nur durch zerstörende Analyse	nein	0,+
<b>Stamm</b>					
Außere Geometrie					
absolute Dimension	+++	Spannung / Dehnung	ja	ja	0
Form	+, ++	Spannung / Dehnung - insbesondere bei hoher Asymmetrie	ja	i. d. R. nein <sup>1</sup>	+, ++
Innere Geometrie	0, +++	Spannung / Dehnung - exponentielle Zunahme mit Grad der Ausfallung	ja, aber nur durch zerstörende Analyse	i. d. R. nein, ggf. Schätzung durch Bohrkern <sup>1</sup>	0, +++
Matialeigenschaften					
E-Modul	++	Spannung / Dehnung	ja, aber sehr hoher Aufwand und nur durch zerstörende Analyse; alternativ Schätzung aus Dichte	i. d. R. nein, Literaturwerte oder Schätzung an Bohrkern <sup>1</sup>	+
Dichte	+, (++)	Verteilung der Schwerkräfte, (E-Modul)	ja, aber hoher Aufwand und nur durch zerstörende Analyse	i. d. R. nein, ggf. Literaturwerte oder Schätzung an Bohrkern	+
				<sup>1</sup> Aufgrund der Probleme der Erfassung: alternativ <b>direkte Bestimmung der Faserdehnung</b> im Zugexperiment. Problem der Applizierung einer der Windlasten vergleichbaren Zuglast	

Tab. 1

## 5 Zusammenfassung

Ein zentrales Anliegen bei der Beurteilung der Bruchsicherheit von Bäumen ist eine möglichst genaue Prognose der bei Sturm auftretenden Belastungen (Dehnung bzw. Spannung der Holzfasern) im Stamm. Das grundsätzliche Problem besteht jedoch darin, daß viele wichtige Einflußfaktoren nur sehr unsicher oder auch gar nicht ermittelt werden können, weil entweder die hierzu notwendigen, den Baum verletzenden Analysen nicht erfolgen dürfen oder aber weil die Messungen zu aufwendig und zu teuer wären. Als Ersatz für fehlende individuelle Daten dienen dann individuelle Schätzwerte oder Literaturwerte. Auch die für eine Sicherheitsprognose benötigten Bruchgrenzwerte (Spannungs- oder Dehnungswerte) können i. d. R. nicht für den untersuchten Baum bestimmt werden, so daß ebenfalls Literaturwerte verwendet werden müssen. Aufgrund dieser Unsicherheiten ist erforderlich, entsprechend große Sicherheitszuschläge einzubeziehen.

## 6 Literatur

- BRÜCHERT F., BECKER G., SPECK T., 2000. The mechanis of Norway spruce [*Picea abies* (L.) Karst.]: mechanical properties of standing trees from different thinning regimes. *For. Ecol. Manag.* 135: 45-62
- COUTTS M. P., GRACE J. (eds.), 1995. *Wind and trees*. University Press, Cambridge: 485.
- FONS L., PONG W. Y., 1957. Tree breakage characteristics under static loading – Ponderosa pine. U.S. Dept. Agr. For. Serv. Interim Tech. Report AFSWP – 867
- GAFFREY D., 1995: Polare Stammscheibenvermessung zur Optimierung der Flächen- bzw. Volumenzuwachsschätzung. In: Kotar, M., QUEDNAU, H.-D. (eds.): *Proceedings Deutscher Verband Forstlicher Forschungsanstalten, Sektion Forstliche Biometrie und Informatik, 7. Tagung, Ljubljana/Grosuplje, 20.-24.09.1994*, 13-36 [PDF file: [www.uni.gaffrey.de](http://www.uni.gaffrey.de)]
- GAFFREY D., 2000. Stress distribution in a stem of a 64-year old Douglas fir simulated with a 3D-tree and load model. In: SPATZ H.-C., SPECK T. (eds.), *Plant Biomechanics 2000, Proceedings of the 3rd Plant Biomechanics Conference Freiburg - Badenweiler, 27.08.-02.09.2000*. Georg Thieme Verlag, Stuttgart: 425-431 [PDF file: [www.uni.gaffrey.de](http://www.uni.gaffrey.de)]
- GAFFREY D., HAPLA F., SABOROWSKI J., WAGNER B., MEGRAW R. A., 1999. Modellansätze zur Prognose der Rohdichteverteilung bei der Douglasie. *Drevársky Výskum (Wood Research)*, Bratislava, 44(3-4): 39-59 [PDF file: [www.uni.gaffrey.de](http://www.uni.gaffrey.de)]
- GAFFREY D., KNIEMEYER O., 2002: The elasto-mechanical behaviour of Douglas fir, its sensitivity to tree-specific properties, wind and snow loads, and implications for stability - a simulation study. *Journal of Forest Science* 48(2): 49-69 [PDF file: [www.uni.gaffrey.de](http://www.uni.gaffrey.de)]
- GAFFREY D., SABOROWSKI J., 1999. RBS, ein mehrstufiges Inventurverfahren zur Schätzung von Baummerkmalen. I. Schätzung von Nadel- und Asttrockenmassen bei 66-jährigen Douglasien. *Allgem. Forst- u. Jagdztg.* 170: 177-183 [PDF file: [www.uni.gaffrey.de](http://www.uni.gaffrey.de)]
- GAFFREY D., SLOBODA B., 2001. Tree mechanics, hydraulics and needle-mass distribution as a possible basis for explaining the dynamics of stem morphology. *J. For. Sci.* 47(6): 241-254. [PDF file: [www.uni.gaffrey.de](http://www.uni.gaffrey.de)]
- GAFFREY D., SLOBODA B., FABRIKA M., ŠMELKO Š., 2001: Terrestrial single-image photogrammetry for measuring standing trees, as applied in the Dobroc virgin forest. *Journal of Forest Science* 47(2): 75-87 [PDF file: [www.uni.gaffrey.de](http://www.uni.gaffrey.de)]
- GENENZ V., SPECK T., BRÜCHERT F., BECKER G., 1998: Biomechanische und morphometrische Analyse des Starkastbruchs bei der kanadischen Hybridpappel (*Populus x canadensis*) und die Bedeutung in der Baumpflegepraxis. *Palmarum Hortus Francofurtensis, Scientific Reports. PHF* 6: 133-154
- HÄCKEL H., 1993. *Meteorologie*. Ulmer Verlag, Stuttgart: 402 pp

- KOLLMANN F., 1951. Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe. Springer, Berlin: 1050 pp
- LANDSBERG J. J., JAMES G. B., 1971. Wind profiles in plant canopies: studies on an analytical model. *J. Appl. Meteorol.* 8: 729-741
- MATTHECK C., BRELOER H., 1994. Handbuch der Schadenskunde von Bäumen: Der Baumbruch in Mechanik und Rechtsprechung. Rombach, Freiburg i. Br.
- MAYHEAD G. J., 1973. Some drag coefficients for British forest trees derived from wind tunnel studies. *Agric. Meteor.* 12: 123-130
- MÖHRING B., 1980. Über die Zusammenhänge zwischen Baumform und Schneebruchanfälligkeit bei der Fichte. [Diploma thesis.] Forstl. Fakultät der Univ. Göttingen, Göttingen: 77 pp
- MÖHRING B., 1981. Über den Zusammenhang zwischen Kronenform und Schneebruchanfälligkeit bei Fichte. *Forstarchiv* 4, 130-134
- PANSHIN A. J., ZEEUW DE, C., 1970. Textbook of Wood Technology – Volume 1. Structure, identification, uses, and properties of the commercial woods of the United States and of Canada. McGraw-Hill Book Company, New York, 705 pp
- PELTOLA H., KELLOMÄKI S., 1993. A mechanistic model for calculating windthrow and stem breakage of Scots pines at stand edge. *Silva Fennica* 27: 99-111
- PELTOLA H. (ed.), 2000. Wind and other abiotic risks to forests. *For. Ecol. Manag.* 135(1-3): 363 pp
- PELTOLA H., KELLOMÄKI S., VÄISÄNEN H., IKONEN V.-P., 1999. A mechanistic model for assessing the risk of wind and snow damage to single trees and stands of Scots pine, Norway spruce, and birch. *Can. J. For. Res.* 29: 647-661
- PETTY J.A., WORRELL R., 1981. Stability of coniferous tree stems in relation to damage by snow. *Forestry* 54: 115-128
- SINN T., 2001: Baumkontrollen - Das Modell des Ingenieurbaumes und der biologische Baum. *Stadt und Grün* 50(1): 58-69
- SLOBODA B., GAFFREY D., 1999. Dynamik der Stammorphologie. Abschlußbericht zum DFG-Projekt SI 11/6-1: 95 [PDF file: [www.uni.gaffrey.de](http://www.uni.gaffrey.de)]
- SPATZ H.-C., 1994. Ein Kommentar zur mechanischen Stabilität hohler Bäume. *Das Gartenamt* 43(2): 92-95.
- SPECK T., SPATZ H.-C., VOGELLEHNER D., 1990. Contributions to the biomechanics of plants. I. Stabilities of plant stems with strengthening elements of different cross-sections against weight and wind forces. *Botanica Acta* 103: 111-122
- U.S.D.A. Forest Products Laboratory, 1989: Handbook of wood and wood-based materials for engineers, architects, and builders. Hemisphere Publishing Corp., New York
- WESSOLLY L., 1995. Bruchdiagnose von Bäumen. Teil 1: Statisch integrierte Verfahren - Messung mit Zugversuch. Die Diagnosemethode des Sachverständigen. *Stadt und Grün* 44(6): 416-423
- WESSOLLY L., ERB M., 1998. Handbuch der Baumstatik und Baumkontrolle. Patzer Verlag, Berlin.
- YLINEN A., 1952. Über die mechanische Schaffformtheorie der Bäume. Technische Hochschule in Finnland. *Wiss. Forsch.* 7: 51